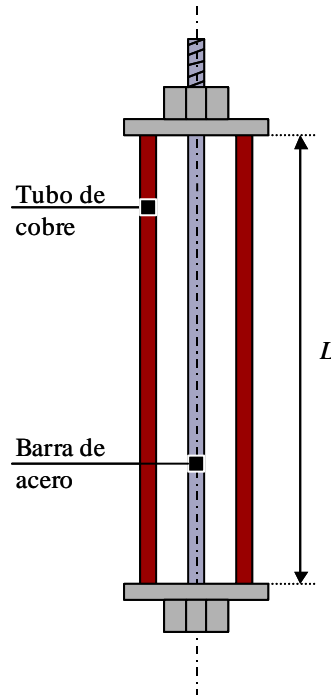


Ejercicio N° 9- Enunciado

Una barra cilíndrica de acero con su extremo superior roscado, y su respectiva tuerca, se encuentra ubicada dentro de un tubo de cobre de longitud L , estando vinculados ambos elementos mediante dos placas extremas según puede observarse en la figura 9.1, de acuerdo con los datos indicados en la tabla 9.1

**Figura 9.1**

| F_a | F_c | L | E_a | E_c | p | θ | α_a | α_c | ΔT |
|--------|--------|------|-----------------|-----------------|------|----------|--------------------|--------------------|------------|
| cm^2 | cm^2 | cm | kN/cm^2 | kN/cm^2 | mm | $^\circ$ | $1/^\circ C$ | $1/^\circ C$ | $^\circ C$ |
| 2,85 | 5,75 | 35 | $21 \cdot 10^3$ | $12 \cdot 10^3$ | 2,5 | 54 | $12 \cdot 10^{-6}$ | $17 \cdot 10^{-6}$ | 70 |

$F_a ; F_c$: Áreas de las secciones transversales de la barra de acero y del tubo de cobre

$E_a ; E_c$: Módulos de elasticidad longitudinal de la barra de acero y del tubo de cobre

$\alpha_a ; \alpha_c$: Coeficientes de dilatación térmica lineal del acero y del cobre

p : Paso del filete de la rosca

Tabla 9.1

Cuando se ajusta la tuerca un cierto ángulo θ , se solicita determinar:

1. Los esfuerzos que se generan
2. Las tensiones en ambos elementos
3. Las deformaciones que se producen en dichos elementos
4. El incremento de las tensiones en ambos elementos cuando se tiene un aumento de temperatura ΔT

| | | |
|---------------------------------|------|-----|
| Cátedra: Ing. José Luis Tavorro | TP 1 | 9/2 |
|---------------------------------|------|-----|

Ejercicio N° 9- Resolución

1. Cálculo de los esfuerzos que se generan

Es fácil observar que al ajustar la tuerca, la barra de acero queda sometida a un esfuerzo de tracción N_a , y el tubo de cobre a otro de compresión N_c , teniendo ambos la misma intensidad.

De acuerdo con dicho hecho físico, se llega a la conclusión que la ecuación que expresa la compatibilidad geométrica de deformaciones es la igualdad entre el paso p de la rosca multiplicado por el número n de vueltas de la tuerca, y la suma del alargamiento de la barra de acero ΔL_a más el acortamiento del tubo de cobre ΔL_c . Es decir, por un lado,

$$N_a = N_c = N \quad (1)$$

y por otro,

$$\Delta L_a + \Delta L_c = p \cdot n \quad (2)$$

Siendo:

$$\Delta L_a = \frac{N \cdot L}{E_a \cdot F_a} \quad (3a)$$

$$\Delta L_c = \frac{N \cdot L}{E_c \cdot F_c} \quad (3c)$$

Además, el número de vueltas de la tuerca será:

$$n = \frac{\theta}{360} = \frac{54}{360} = 0,15 \cdot vueltas \quad (4)$$

En consecuencia, realizando los correspondientes reemplazos en la expresión (2):

$$N \cdot L \cdot \left(\frac{1}{E_a \cdot F_a} + \frac{1}{E_c \cdot F_c} \right) = 0,15 \cdot p$$

Finalmente, la magnitud del esfuerzo N que se genera en cada una de las barras será:

$$N = \frac{0,15 \cdot p}{L \cdot \left(\frac{1}{E_a \cdot F_a} + \frac{1}{E_c \cdot F_c} \right)} \quad (5)$$

Reemplazando por los valores:

$$N = \frac{0,15 \cdot 0,25}{35 \cdot \left(\frac{1}{(21 \cdot 10^3) \cdot 2,85} + \frac{1}{(12 \cdot 10^3) \cdot 5,75} \right)} = \frac{0,0375}{\frac{35}{10^3} \cdot (0,01671 + 0,01449)}$$

$$N = 34,34 \cdot kN$$

| | | |
|--|-------------|------------|
| <i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i> | <i>TP 1</i> | <i>9/3</i> |
|--|-------------|------------|

En definitiva, los esfuerzos en cada una de las barras serán:

$$N_a = 34,34 \cdot kN \quad (\text{tracción})$$

$$N_c = -34,34 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

2. Cálculo de las tensiones en ambos elementos

En la barra de acero, la tensión normal σ_a de tracción será:

$$\sigma_a = \frac{N}{F_a} = \frac{34,34}{2,85}$$

$$\sigma_a = 12,05 \cdot kN/cm^2$$

En el tubo de cobre, la tensión normal σ_c de compresión será:

$$\sigma_c = -\frac{N}{F_c} = -\frac{34,34}{5,75}$$

$$\sigma_c = -5,97 \cdot kN/cm^2$$

3. Cálculo de las deformaciones que se producen en cada elemento

De acuerdo con la ley de Hooke, las deformaciones específicas longitudinales ε en cada uno de los elementos serán:

En la barra de acero, un alargamiento específico ε_a dado por:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{12,05}{21 \cdot 10^3} = 5,7381 \cdot 10^{-4}$$

En el tubo de cobre, un acortamiento específico ε_c dado por:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = -\frac{5,97}{12 \cdot 10^3} = -4,9750 \cdot 10^{-4}$$

Finalmente, se tiene que el alargamiento de la barra de acero ΔL_a será:

$$\Delta L_a = \varepsilon_a \cdot L = (5,7381 \cdot 10^{-4}) \cdot 35$$

$$\Delta L_a = 0,0201 \cdot cm$$

y el acortamiento del tubo de cobre ΔL_c será:

$$\Delta L_c = \varepsilon_c \cdot L = (-4,9750 \cdot 10^{-4}) \cdot 35$$

$$\Delta L_c = -0,0174 \cdot cm$$

4. Cálculo del incremento de las tensiones debido al ΔT

Teniendo en cuenta que el coeficiente de dilatación lineal del cobre α_c resulta superior al del acero α_a , el aumento de temperatura ΔT producirá un incremento del esfuerzo de compresión en el cobre ΔN_c y del de tracción en el acero ΔN_a , siendo ambos de igual magnitud ΔN .

Por otra parte, los alargamientos de ambos elementos deben ser iguales, pudiéndose plantear la siguiente expresión, debido a que poseen igual longitud:

$$\alpha_a \cdot \Delta T + \frac{\Delta N}{E_a \cdot F_a} = \alpha_c \cdot \Delta T + \frac{\Delta N}{E_c \cdot F_c}$$

$$\Delta N \cdot \left(\frac{1}{E_a \cdot F_a} + \frac{1}{E_c \cdot F_c} \right) = (\alpha_c - \alpha_a) \cdot \Delta T$$

El incremento del esfuerzo que se produce será:

$$\Delta N = \frac{(\alpha_c - \alpha_a) \cdot \Delta T}{\left(\frac{1}{E_a \cdot F_a} + \frac{1}{E_c \cdot F_c} \right)}$$

Reemplazando por los valores:

$$\Delta N = \frac{(17 - 12) \cdot 10^{-6} \cdot 70}{\frac{1}{10^3} \cdot \left(\frac{1}{21 \cdot 2,85} + \frac{1}{12 \cdot 5,75} \right)} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 70}{(0,01671 + 0,01449)}$$

$$\Delta N = 11,22 \cdot kN$$

En definitiva, el incremento de las tensiones normales $\Delta \sigma$ que se produce debido al aumento de temperatura ΔT será:

En la barra de acero:

$$\Delta \sigma_a = \frac{\Delta N}{F_a} = \frac{11,22}{2,85}$$

$$\Delta \sigma_a = 3,94 \cdot kN/cm^2 \quad (\text{tracción})$$

En el tubo de cobre:

$$\Delta \sigma_c = -\frac{\Delta N}{F_c} = -\frac{11,22}{5,75}$$

$$\Delta \sigma_c = -1,95 \cdot kN/cm^2 \quad (\text{compresión})$$